

## **O crescimento de feijões como proposta de ensino de modelagem matemática**

Keyzy Maria Pereira Lima<sup>1</sup>

Brunna de Abreu Pires<sup>2</sup>

Clara Lorrane dos Santos Morais<sup>3</sup>

Elizabete Pereira dos Santos<sup>4</sup>

Edson da Silva Lira<sup>5</sup>

### **Resumo**

O ensino de matemática enfrenta desafios quanto à motivação e compreensão dos alunos, especialmente na aplicação prática dos conceitos matemáticos. A modelagem matemática tem se destacado como uma abordagem pedagógica eficaz para conectar a teoria a fenômenos reais. Este estudo analisa a presença e contribuição da modelagem matemática no ensino, utilizando como objeto de estudo o crescimento do feijão-de-corda. Para isso, foi realizado um experimento em que dez sementes foram plantadas em copos descartáveis, com medições diárias da altura das plantas ao longo de 16 dias. Os dados coletados foram analisados por meio do ajuste de modelos matemáticos, incluindo funções polinomiais e logarítmicas, avaliados pelo Método dos Mínimos Quadrados. Os resultados indicaram que os modelos polinomiais e logarítmicos ajustaram-se adequadamente às medições, permitindo uma previsão consistente do crescimento vegetal. A análise demonstrou a relevância da modelagem para o ensino de matemática, pois possibilita aos alunos a compreensão do fenômeno de forma interativa e contextualizada. A incorporação de estratégias experimentais no ensino pode contribuir para um aprendizado mais significativo e engajador, despertando o interesse dos estudantes pela matemática e sua aplicação na interpretação do mundo natural.

**Palavras-chave:** modelagem matemática; crescimento vegetal; ensino de matemática; ajuste de curvas; aprendizagem significativa.

## **El crecimiento de los frijoles como propuesta de enseñanza de modelado matemático**

### **Resumen**

La enseñanza de las matemáticas enfrenta desafíos en cuanto a la motivación y comprensión de los estudiantes, especialmente en la aplicación práctica de conceptos matemáticos. El modelado matemático ha surgido como un enfoque pedagógico eficaz para conectar la teoría

---

<sup>1</sup> Graduanda em Licenciatura em Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí. E-mail: Caang.2022119lmat0175@aluno.ifpi.edu.br

<sup>2</sup> Graduanda em Licenciatura em Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí. E-mail: Caang.2022119lmat0051@aluno.ifpi.edu.br

<sup>3</sup> Graduanda em Licenciatura em Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí. E-mail: Caang.2022119lmat0272@aluno.ifpi.edu.br

<sup>4</sup> Graduanda em Licenciatura em Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí. E-mail: Caang.2022119lmat0191@aluno.ifpi.edu.br

<sup>5</sup> Professor Mestre. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí. E-mail: Edsonliramestre@gmail.com

con los fenómenos reales. Este estudio analiza la presencia y contribución de la modelación matemática en la enseñanza, utilizando el crecimiento del caupí como objeto de estudio. Para lograrlo se realizó un experimento en el que se sembraron diez semillas en vasos desechables, con mediciones diarias de la altura de las plantas durante 16 días. Los datos recolectados fueron analizados ajustando modelos matemáticos, incluyendo funciones polinomiales y logarítmicas, evaluados mediante el Método de Mínimos Cuadrados. Los resultados indicaron que los modelos polinómicos y logarítmicos se ajustan adecuadamente a las mediciones, permitiendo una predicción consistente del crecimiento de las plantas. El análisis demostró la relevancia de la modelización para la enseñanza de las matemáticas, ya que permite a los estudiantes comprender el fenómeno de forma interactiva y contextualizada. La incorporación de estrategias experimentales en la enseñanza puede contribuir a un aprendizaje más significativo y atractivo, despertando el interés de los estudiantes por las matemáticas y su aplicación en la interpretación del mundo natural.

**Palabras clave:** modelación matemática; crecimiento de las plantas; enseñanza de las matemáticas; ajuste de curva; aprendizaje significativo.

## **The growth of beans as a teaching proposal for mathematical modeling**

### **Abstract**

Mathematics education faces challenges regarding student motivation and understanding, especially in the practical application of mathematical concepts. Mathematical modeling has emerged as an effective pedagogical approach to connecting theory with real-world phenomena. This study analyzes the presence and contribution of mathematical modeling in education, using the growth of cowpea plants as the object of study. To achieve this, an experiment was conducted in which ten seeds were planted in disposable cups, with daily height measurements taken over 16 days. The collected data were analyzed by fitting mathematical models, including polynomial and logarithmic functions, evaluated using the Least Squares Method. The results indicated that the polynomial and logarithmic models fit the measurements adequately, allowing for consistent predictions of plant growth. The analysis demonstrated the relevance of modeling in mathematics education, as it enabled students to understand the phenomenon interactively and contextually. The incorporation of experimental strategies in teaching can contribute to more meaningful and engaging learning, sparking students' interest in mathematics and its application in interpreting the natural world.

**Keywords:** mathematical modeling; plant growth; mathematics education; curve fitting; meaningful learning.

### **Introdução**

O ensino de matemática enfrenta desafios significativos quanto à motivação e à compreensão dos alunos, especialmente no que diz respeito à aplicação prática dos conceitos

matemáticos. A modelagem matemática tem se destacado como uma abordagem pedagógica eficaz para conectar a teoria matemática a fenômenos do mundo real, tornando o aprendizado mais significativo e envolvente. Segundo Bassanezi (2002), a modelagem matemática é uma metodologia que possibilita a interpretação e a compreensão de fenômenos reais por meio da matemática, promovendo a construção do conhecimento de forma ativa e contextualizada.

O crescimento de uma planta segue padrões que podem ser descritos por funções matemáticas, tornando esse processo um exemplo concreto da aplicação da matemática no mundo real. Nesse contexto, o crescimento de plantas, como o feijão, pode ser descrito por diferentes modelos matemáticos, como funções lineares, exponenciais e logarítmicas, dependendo das condições ambientais e do tempo de observação. Como afirmam Biembengut e Hein (2000), a modelagem matemática permite que o aluno aprenda matemática ao mesmo tempo em que aprende sobre o fenômeno estudado, tornando o aprendizado mais interessante e desafiador.

A utilização do Método dos Mínimos Quadrados nesse processo possibilita uma análise mais rigorosa dos dados, permitindo que os estudantes comparem diferentes modelos matemáticos e escolham aquele que melhor representa o fenômeno observado. Essa abordagem torna o aprendizado mais interativo e aproxima os estudantes da ciência, estimulando a curiosidade e o raciocínio lógico. Como defende Burak (2004), a modelagem matemática permite que os estudantes compreendam a matemática como um instrumento para interpretar a realidade, promovendo um ensino mais dinâmico e significativo.

Dessa forma, este estudo buscou analisar a presença e as contribuições da modelagem matemática através das variáveis de crescimento de feijões. Para isso, foram coletados dados experimentais sob condições controladas, aplicados diferentes modelos matemáticos e comparada a precisão desses modelos por meio de critérios estatísticos. Além disso, foi discutida a relevância pedagógica da modelagem matemática no ensino, destacando como essa metodologia pode contribuir para um aprendizado mais interativo e eficaz. Ao incorporar o Método dos Mínimos Quadrados, os estudantes podem desenvolver uma compreensão mais profunda sobre a análise de dados e a precisão matemática na descrição de fenômenos naturais.

Portanto, o uso da modelagem matemática aplicada ao crescimento dos feijões não apenas reforçou conceitos matemáticos essenciais, mas também pode despertar um olhar mais

analítico e investigativo nos alunos. Essa conexão entre a matemática e o cotidiano torna o aprendizado mais prazeroso e eficaz, contribuindo para a formação de cidadãos mais críticos e preparados para enfrentar desafios do mundo moderno.

### **Modelagem Matemática no Ensino**

A modelagem matemática é uma abordagem pedagógica que busca integrar conceitos matemáticos a situações reais, permitindo que os alunos desenvolvam habilidades analíticas e de resolução de problemas (BIEMBENGUT & HEIN, 2011). De acordo com Bassanezi (2002), a modelagem promove uma aprendizagem significativa ao possibilitar a conexão entre teoria e prática. Esse processo incentiva os alunos a formularem hipóteses, analisarem variáveis e testarem diferentes abordagens para compreender fenômenos do cotidiano.

Além disso, permite que os estudantes desenvolvam competências essenciais, como pensamento crítico, criatividade e argumentação lógica. Dessa forma, a modelagem matemática atua como um elo entre o conhecimento abstrato e sua aplicação prática, tornando o aprendizado mais dinâmico e envolvente.

### **Crescimento de Plantas e Funções Matemáticas**

O crescimento de feijões pode ser descrito por funções matemáticas que modelam o desenvolvimento das plantas ao longo do tempo. Segundo Taiz e Zeiger (2017), o crescimento vegetal segue padrões que podem ser representados por funções lineares, exponenciais ou logarítmicas, dependendo das condições ambientais e genéticas. O modelo linear é adequado para descrever estágios iniciais de crescimento, onde a planta se desenvolve de maneira uniforme ao longo do tempo. Já o modelo exponencial é frequentemente observado quando há recursos abundantes, permitindo um crescimento acelerado. No entanto, esse crescimento não pode continuar indefinidamente devido a fatores como disponibilidade de nutrientes, espaço e competição, levando ao modelo logarítmico, que representa um crescimento inicial rápido seguido por uma estabilização conforme a planta atinge seu limite máximo de desenvolvimento.

Fatores como luz, temperatura, umidade e nutrição influenciam diretamente a taxa de crescimento, tornando necessário o ajuste de diferentes modelos matemáticos para melhor representar a realidade do desenvolvimento vegetal. Esses modelos permitem a previsão do

crescimento das plantas, auxiliando na compreensão dos processos biológicos e na otimização das práticas agrícolas.

### **Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)**

O Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) surge da análise de valores máximos e mínimos de funções reais, sendo amplamente utilizado para determinar pontos que minimizam o desvio entre dados observados e uma curva de ajuste. Sua essência está na otimização de uma função que quantifica os erros (ou resíduos) entre os valores experimentais e os estimados, garantindo que a soma desses desvios seja a menor possível.

Na modelagem matemática de fenômenos, dois métodos se destacam: a interpolação e o ajuste de curvas. A interpolação busca construir uma curva suave que passe exatamente por um conjunto limitado de pontos experimentais, sendo útil para análises dentro do intervalo de dados coletados. Já o ajuste de curvas, por sua vez, não exige que a função representativa passe necessariamente por todos os pontos observados. Em vez disso, prioriza a obtenção de uma curva que minimize globalmente as distâncias em relação ao conjunto de dados, permitindo extrapolações e análises além do intervalo experimental.

Como destaca Naghettini e Pinto (2007, p. 363), “o objetivo do método dos mínimos quadrados é encontrar a função de regressão que minimize a soma das distâncias entre a função ajustada e os pontos observados”. Essas distâncias, denominadas resíduos, correspondem à diferença entre os valores medidos e os valores estimados pela função de ajuste. A otimização ocorre ao minimizar a soma dos quadrados dos resíduos, estratégia que evita cancelamentos entre desvios positivos e negativos e prioriza a proximidade global da curva aos dados.

Assim, o método não apenas garante coerência matemática, mas também oferece robustez para representar tendências subjacentes aos fenômenos estudados, tornando-se uma ferramenta indispensável em áreas como estatística, engenharia e ciências naturais.

### **Metodologia**

Na intenção de elaborar uma atividade de ensino, cuja proposta metodológica foi a modelagem matemática, optou-se por apresentar o comportamento de crescimento (altura) de feijões através do ajuste de curvas polinomiais ou logarítmicas que melhor representassem os

dados coletados. Para isso, a pesquisa adotou uma abordagem experimental e analítica que visou investigar o crescimento do feijão-de-corda (*Vigna unguiculata* – família Fabaceae). O estudo combinou coleta sistemática de dados, condições controladas e análise quantitativa para garantir reprodutibilidade e precisão na construção dos modelos.

Dez sementes (identificadas como P\_1 a P\_10) foram plantadas em copos descartáveis com substrato adequado, mantidas sob condições ambientais controladas. A germinação ocorreu um dia após o plantio. Para minimizar interferências, as plantas permaneceram nos mesmos recipientes durante todo o experimento.

As medições de altura iniciaram-se dois dias após a germinação, quando as plantas atingiram estabilidade morfológica. Utilizando uma trena, foram realizadas 16 coletas diárias entre 02/01/2025 e 17/02/2025. Os dados foram registrados com auxílio de câmera de smartphone e organizados em planilhas eletrônicas, permitindo a geração de gráficos de dispersão e séries temporais para análise comparativa do crescimento individual e coletivo.

A partir dos dados tabulados, foram desenvolvidos modelos matemáticos para descrever padrões de crescimento, considerando variáveis como tempo e altura das plantas. A combinação de visualizações gráficas e análises estatísticas buscou identificar correlações e validar a precisão das equações propostas.

Esta estrutura metodológica priorizou o rigor na obtenção e interpretação dos dados, fundamentando a relação entre observação empírica e representação matemática do fenômeno biológico.

Na Figura 1, à esquerda, observa-se a imagem do primeiro dia de medição, enquanto à direita está a imagem correspondente ao último dia do experimento. Dos dez pés de feijão analisados, apenas o pé P\_8 apresentou uma interrupção no crescimento devido a uma quebra ocorrida no nono dia de medição.

Figura 1: Primeiro e último dia de medições.



Fonte: autoria própria

Os pés de feijão exibiram diferentes ritmos de crescimento: alguns se desenvolveram de maneira acelerada, enquanto outros tiveram um crescimento mais lento, porém dentro dos padrões esperados. No entanto, de forma geral, os dados coletados apresentaram um bom ajuste aos modelos polinomiais e logarítmicos adotados.

É importante destacar que o objetivo principal do estudo foi modelar o crescimento das plantas, independentemente de variações individuais em sua aparência ou desenvolvimento.

## Resultados

Os dados coletados mostraram que o crescimento das plantas seguiu diferentes padrões ao longo do período analisado. A análise gráfica e algébrica possibilitará aos alunos compreender a relevância da modelagem matemática na interpretação de fenômenos naturais e na previsão do desenvolvimento vegetal em diferentes condições ambientais. A seguir, apresenta-se a **Tabela 1**, que contém o conjunto de dados coletados ao longo do tempo, registrando as medições diárias da altura das plantas:



**Tabela 1:** Quadro de tabulação das medições de altura.

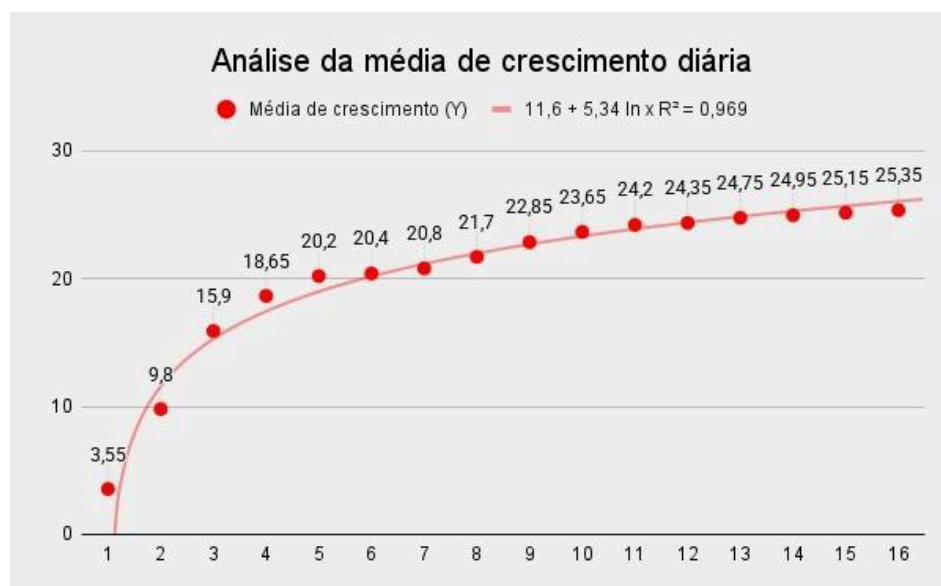
DATA	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_10	Média
02/02	7,5	6	7	0	3	1	3	3,5	4,5	0	3,55
03/02	13	14	12,5	5,5	12	7	11	12	11	0	9,8
04/02	18,5	20,5	17,5	12,5	17,5	15	15	16	19	7,5	15,9
05/02	18,5	24	20	15,5	20	18,5	18	19	22,5	10,5	18,65
06/02	18,5	24	21	18	22	22	19	20	24	13,5	20,2
07/02	19	24	21,5	18	22	22	19	20	24,5	14	20,2
08/02	19	24,5	22	18	22	22,5	19,5	20,5	24,5	15,5	20,4
09/02	21	25	23	19	23	23	21	21	25	16	21,7
10/02	21,5	26	25	20,5	24	24	23,5	22	25	17	22,85
11/02	22	28	28	22	24,5	24	24,5	19	27	17,5	23,65
12/02	23	26	28	23	25,5	25	24,5	19	27,5	18	24,2
13/02	23	28	28,5	23	25,5	25	25	19	28	18	24,35
14/02	23,5	28,5	29	23,5	26	25,5	25	19	28	19	24,75
15/02	23,5	29	29	24	26	26,5	25	19	28	19,5	24,95
16/02	24	29,5	29	24	26	26,5	25,5	19	28	20	25,15
17/02	25	30	29	24	26	26,5	26	19	28	20	25,35

**Fonte:** autoria própria.

De acordo com o quadro de tabulação pôde-se visualizar que o P\_2 e o P\_3 tiveram um crescimento mais adequado comparado com os outros pés que não obtiveram um crescimento sublime. Enquanto, os demais demonstraram um crescimento lento e alguns permaneceram em estagnação durante o decorrer dos dias.



**Gráfico 1** – Ajuste da média de crescimento diária.

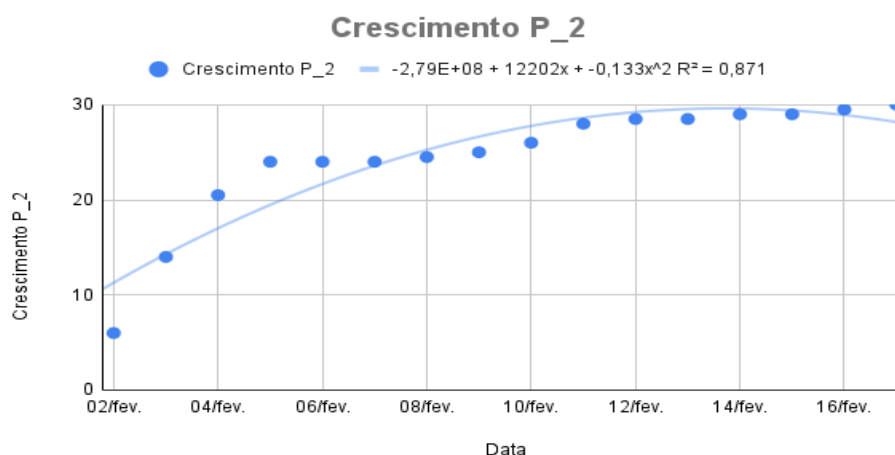


**Fonte:** autoria própria.

No gráfico acima, pôde-se visualizar o crescimento crescente dos feijões, apresentando a média de crescimento diário. Embora houvesse variações nos valores, essas diferenças foram pequenas, evidenciando que o modelo que melhor se ajustou aos dados do gráfico foi o logarítmico, descrito pela equação  $11,6 + 5,34 \ln(x)$ . O coeficiente de determinação obtido foi  $R^2 = 0,969$ , indicando um alto grau de ajuste do modelo aos dados. Vale ressaltar que o coeficiente  $R^2$  é uma medida de ajuste no modelo estatístico de regressão linear, no qual pode variar entre 0 e 1, o que destaca que quanto maior for o valor, melhor ele se ajustará à amostra.

O gráfico abaixo representa o crescimento do P\_2, que apresentou um desenvolvimento constante ao longo dos dias. Entre 02/02 e 03/02, observou-se um aumento de 8 cm na altura da planta, mantendo posteriormente uma tendência linear. O modelo que melhor se ajustou aos dados foi o polinomial, descrito pela equação  $-2,79E + 08 + 12202x + 0,133x^2$ , com um coeficiente de determinação  $R^2 = 0,871$ . Isso indicou que 87% da variação na altura do P\_2 pôde ser explicada pelo modelo ajustado.

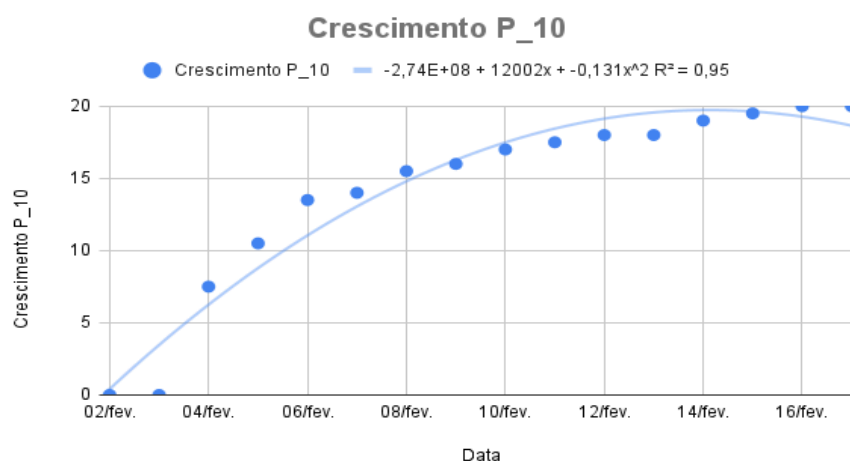
**Gráfico 2** – Ajuste para o crescimento de P\_2.



**Fonte:** autoria própria

Já no **gráfico 3**, percebeu-se que o crescimento do P\_10 durante os dias 02/02 e 03/02 não apresentou nenhum crescimento, permanecendo em estagnação em comparação com os outros pés. Além disso, pôde-se observar que nos dias 04/02 ao dia 06/02 o crescimento do P\_10 teve uma relevância de 3 cm por dia. Observou-se também que o gráfico que mais se caracterizou do mesmo modo que os demais foi o polinomial, descrito por  $-2,74E + 08 + 12002x + (-0,131)x^2$  e o coeficiente correspondente foi  $R^2 = 0,95$ , o que significa que 95% da variação na altura do P\_10 pode ser explicada pelo modelo ajustado.

**Gráfico 3** – Ajuste para o crescimento P\_10.



**Fonte:** autoria própria

Para tanto, foi possível analisar que os modelos logarítmicos e polinomiais mostraram-se eficazes para descrever o crescimento das plantas, com destaque para o modelo logarítmico, que apresentou o melhor ajuste aos dados ( $R^2 = 0,969$ ), refletindo bem a desaceleração do crescimento. O modelo polinomial ajustou-se adequadamente a plantas com crescimento mais constante, como P\_2, e também foi eficaz para plantas como P\_10, que passaram por períodos de estagnação, com um bom ajuste ( $R^2 = 0,95$ ). A utilização desses modelos evidenciou a importância da modelagem matemática como ferramenta pedagógica, permitindo uma compreensão prática do crescimento vegetal ao estimular o interesse dos alunos pela matemática aplicada a fenômenos naturais.

### **Considerações Finais**

A realização deste trabalho evidenciou a relevância da Modelagem Matemática como proposta de ensino, ao permitir a interação entre conceitos matemáticos e não matemáticos. Essa abordagem oferece aos professores uma perspectiva diferenciada para explorar o conhecimento matemático em contextos diversos, tornando a aprendizagem mais significativa e conectada à realidade. Ao aplicar esses conceitos na análise do crescimento do feijão, por exemplo, observou-se como é possível explorar diferentes funções e modelos matemáticos para descrever fenômenos biológicos reais, como o crescimento de plantas, o que torna o aprendizado ainda mais envolvente e relevante para os alunos.

A matemática possui inúmeras aplicações no cotidiano dos alunos, e seu ensino pode ser enriquecido com práticas que envolvam situações reais. Em escolas que possuem hortas escolares ou projetos de cultivo de plantas, o professor de matemática teria a possibilidade de utilizar esse recurso para coletar dados e construir modelos matemáticos diretamente no ambiente escolar. Dessa forma, os alunos poderiam perceber a utilidade da matemática no contexto de seu próprio dia a dia, reforçando a ideia de que a matemática não é apenas uma abstração, mas uma ferramenta poderosa para entender e explicar o mundo ao seu redor.

No contexto da modelagem matemática, analisar o crescimento do feijão por meio do ajuste de curvas facilita a compreensão de diversos conceitos, como o tratamento da informação, o estudo de polinômios, funções logarítmicas e a interdisciplinaridade entre matemática e biologia. A aplicação do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) para ajustar

os dados de crescimento das plantas reforça a importância da análise estatística na modelagem de fenômenos reais. Essa abordagem torna o aprendizado mais dinâmico, ao conectar a teoria matemática com situações concretas e observáveis.

Ao adotar essa metodologia, o professor desperta o interesse dos alunos ao integrar conceitos matemáticos a problemas reais e tangíveis. Além disso, a experiência prática de coletar dados e ajustar modelos pode estimular o desenvolvimento de habilidades analíticas e de resolução de problemas nos estudantes. No entanto, para que essa prática seja bem-sucedida, é essencial que os professores estejam abertos a novas ideias, preparados para mediar o processo de aprendizagem de forma eficaz e aptos a criar um ambiente de sala de aula que favoreça a investigação e a curiosidade.

Espera-se que essa proposta inspire novas práticas pedagógicas, incentivando o interesse dos alunos pela matemática e destacando sua importância por meio de experiências vivenciadas. A aplicação da modelagem matemática, como demonstrado neste estudo do crescimento do feijão, oferece uma oportunidade valiosa de conectar o ensino de matemática com o mundo real, tornando o processo de aprendizagem mais interessante e prático. Apesar dos desafios enfrentados no ensino, acredita-se que é possível transformar a educação matemática quando os professores se comprometerem a inovar e buscar novas formas de ensinar, contribuindo, assim, para a melhoria do ensino e, consequentemente, da aprendizagem.

## Referências

- BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática: uma ferramenta para a aprendizagem**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.
- BURAK, D. **Modelagem matemática: uma ponte entre a matemática e o mundo real**. Curitiba: SEED, 2004.
- NAGHETTINII, M.; PINTO, E. J. A. **Hidrologia Estatística**. Belo Horizonte: CPRM, 2007.